

811 《高等代数》考试大纲

一、总体要求

高等代数是大学数学系本科学生的最基本课程之一，也是大多数理工科专业学生的必修基础课。它的主要内容包括多项式、行列式和线性方程组、矩阵及其标准形、特征值和特征向量、线性变换和矩阵范数。要求考生比较系统地理解高等代数的基本概念和基本理论，掌握高等代数的基本思想和方法。要求考生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

二、考试知识点及考核要求

(一) 多项式

考试内容

数域 有理数域 实数域 复数域等概念 一元多项式的概念及其计算 多项式的整除因式 公因式 最大公因式 互素 用辗转相除法求最大公因式 不可约多项式 可约多项式 因式分解及唯一性定理 多项式的导数 重因式 单因式 根 重根 单根 多项式有重因式的判别方法 代数学基本定理 实数域、复数域上多项式因式分解定理 求有理系数多项式的全部有理根

考试要求

1. 了解数域、有理数域、实数域、复数域等概念。
2. 了解一元多项式的概念及其计算。
3. 了解多项式的整除、因式、公因式、最大公因式、互素的概念。
4. 会用辗转相除法求最大公因式。
5. 了解不可约多项式、可约多项式的概念，掌握因式分解及唯一性定理。

6. 了解多项式的导数、重因式、单因式、根、重根、单根等概念，掌握多项式有重因式的判别方法，掌握代数学基本定理。掌握实数域、复数域上多项式因式分解定理。

7. 会求有理系数多项式的全部有理根。

(二) 行列式

考试内容

n 阶行列式的定义 行列式的性质 行列式的计算 拉普拉斯定理 克莱姆法则

考试要求

1. 了解 n 阶行列式的定义。
2. 掌握理解行列式的性质，掌握行列式计算，会利用行列式的性质计算较复杂的 n 阶行列式。
3. 了解拉普拉斯定理，掌握行列式的乘法定理。
4. 掌握克莱姆法则。

(三) 线性方程组

考试内容

n 维向量的定义 向量的数乘和加法运算 向量组的线性组合 线性表示 线性相关 线性无关 等价 极大无关组 向量组的秩 矩阵的秩 线性方程组的消元法 齐次线性方程组有非零解的充要条件 非齐次线性方程组有解的充要条件 齐次线性方程组的基础解系、通解及解空间的概念 用行初等变换求线性方程组通解的方法

考试要求

1. 理解 n 维向量的定义，掌握向量的数乘和加法运算。
2. 理解向量组的线性组合、线性表示、线性相关、线性无关、等价、极大无关组、秩的概念。掌握与此相应的重要结论。

3. 理解矩阵的秩的概念并掌握相关结论。
4. 掌握求向量组的极大无关组、秩的方法。
5. 理解线性方程组的消元法原理。理解齐次线性方程组有非零解的充要条件，理解非齐次线性方程组有解的充要条件。
6. 理解齐次线性方程组的基础解系、通解及解空间的概念。
7. 掌握用行初等变换求线性方程组通解的方法。

(四) 矩阵

考试内容

矩阵的概念 矩阵的线性运算、乘法、转置以及它们的运算规律 伴随矩阵 逆矩阵 矩阵可逆的充要条件 矩阵的初等变换 矩阵等价 初等矩阵 用初等变换

求逆阵 矩阵分块概念 矩阵分块运算。

考试要求

1. 理解矩阵的概念，掌握矩阵的线性运算、乘法、转置以及它们的运算规律。
2. 理解矩阵的概念，理解伴随矩阵的概念，会用伴随求矩阵。掌握逆矩阵的性质，掌握矩阵可逆的充要条件。
3. 理解矩阵的初等变换和矩阵等价的概念，了解初等矩阵的性质。掌握用初等变换求逆阵的方法。
4. 掌握矩阵乘积、和的秩的有关结论。
5. 了解矩阵分块概念、掌握矩阵分块运算。

(五) 二次型

考试内容

二次型概念 二次型的矩阵表示方法 二次型的标准型、规范型 用配方法求二次型的标准型 用初变换方法求二次型的标准型 实二次型惯性定理 理解正惯性指数、负惯性指数、符号差 实

二次型分类概念 各类二次型（正定、负定、半正定、半负定、不定）的判别方法

考试要求

1. 理解二次型概念，掌握二次型的矩阵表示方法。
2. 理解二次型的标准型、规范型的概念，会用配方法求二次型的标准型，掌握用初等变换方法求二次型的标准型。
3. 理解实二次型惯性定理，理解正惯性指数、负惯性指数、符号差等概念。
4. 掌握实二次型分类概念。掌握各类二次型（正定、负定、半正定、半负定、不定）的判别方法。

（六）线性空间

考试内容

向量空间的概念 线性空间的维数、基、坐标 基变换、坐标变换的公式 过渡矩阵 线性子空间 子空间的交与和 维数公式 子空间直和 判别直和的条件 商空间 空间、子空间、商空间三者维数之间的联系 线性空间同态与同构 有限维线性空间同构的充分必要条件 线性空间的同态基本定理

考试要求

1. 理解向量空间的概念，理解线性空间的维数、基、坐标的概念。
2. 掌握基变换、坐标变换的公式，会求过渡阵。
3. 理解线性子空间、子空间的交与和的概念，掌握维数公式，掌握判别子空间的方法，会求子空间交的基、和的基。
4. 了解子空间直和的概念，掌握判别直和的条件。
5. 了解商空间的概念，会求商空间的基。掌握空间、子空间、商空间三者维数之间的联系。

6. 了解线性空间同态与同构的概念，掌握有限维线性空间同构的充分必要条件，掌握线性空间的同态基本定理。

(七) 线性变换

考试内容

线性变换的定义 线性变换运算 线性变换的矩阵 特征值 特征向量 特征子空间 特征多项式 Hamilton-Caylay 定理 线性变换在某组基下矩阵是对角矩阵的充分必要条件 矩阵与对角矩阵相似的充分必要条件 线性变换的核与值域 线性变换的秩与零度 不变子空间 复数域上线性空间的根子空间直和分解定理

考试要求

1. 理解线性变换的定义、运算及其矩阵表示。
2. 理解特征值、特征向量、特征子空间、特征多项式等概念，掌握求线性变换、矩阵的特征值、特征向量的方法、掌握 Hamilton-Caylay 定理。
3. 掌握线性变换在某组基下矩阵是对角矩阵的充分必要条件，掌握一个矩阵与对角矩阵相似的充分必要条件。
4. 若矩阵 A 与对角阵相似，会求可逆矩阵 P ，化 A 为对角矩阵。
5. 理解线性变换的核与值域的概念，掌握线性变换的秩与零度之和等于线性空间维数的公式，会求值域与核。
6. 理解不变子空间的概念，了解线性变换的矩阵化简和不变子空间的内在联系，掌握复数域上线性空间的根子空间直和分解定理。

(八) 欧氏空间

考试内容

欧氏空间的定义及其简单性质 标准正交基的概念 用 Schmidt 方法求标准正交基 子空间的正交以及正交补 正交变换 判别线性变换是正交变换的方法及其充要条件 正交矩阵正交变换与正交矩阵的联系 对称变换 对称变换与对称矩阵的联系 化对称矩阵为对角阵的方法 正交变换法化实二次型为标准型 酉空间概念及其性质
考试要求

1. 理解欧氏空间的定义及其简单性质。
2. 理解标准正交基的概念，会用 Schmidt 方法求标准正交基。
3. 理解子空间的正交以及正交补的概念。
4. 理解正交变换的概念，掌握判别线性变换是正交变换的方法及其充要条件，理解正交变换与正交阵的联系。
5. 了解 QR 分解及其唯一性问题。
6. 掌握对称变换的概念，了解对称变换与对称矩阵联系，掌握化对称矩阵为对角阵的方法。会用求特征值方法化实二次型为标准型。
7. 了解酉空间概念及其性质。

三、考试题型及比例

计算题： 60%左右；证明题： 40%左右。

四、考试形式及时间

考试形式为闭卷笔试，试卷总分为 150 分，考试时间为三小时。

五、主要参考教材

[1] 《高等代数》第四版，北京大学数学系前代数小组编，王萼芳，石生明修订，高等教育出版社，2013 年 8 月。

[2] 复旦大学蒋尔雄等编《线性代数》，人民教育出版社，1988.

[3] 张禾瑞, 郝炳新, 《高等代数》, 高等教育出版社, 1997.